

不可逆回热式磁 Brayton 循环制冷性能的理论及数值研究

刘敏, 俞炳丰

(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

摘要: 基于统计理论推导的铁磁材料的磁热参数,建立了不可逆回热式磁 Brayton 循环数学模型. 对于顺磁材料作工质的情形,获得了循环放热量 Q_H 、制冷量 Q_C 、回热量及性能系数 δ_{COP} 的表达式解析解. 以铁磁材料钆作工质为例,数值研究了循环室温区的制冷性能,考察了归一化温度 α 、回热不平衡量 Q_R 及磁化过程不可逆度 η 对循环有效制冷量 $Q_{eff,C}$ 及 δ_{COP} 的影响,并获得了不同外部磁场 H_1 条件下循环最大温跨 $\delta_{T,max}$. 数值结果显示: $Q_{eff,C}$ 随 α 的增加而增加;当 $\alpha \geq 0.6$ 或 $Q_R \geq 0$ 时,循环均能获得良好的制冷性能;磁化过程的不可逆因素会使得 δ_{COP} 迅速下降.

关键词: 室温磁制冷;磁 Brayton 循环;制冷性能;数值模拟

中图分类号: TB61;TB66 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)01-0056-05

Theoretical and Numerical Investigations on Refrigeration Performance of Irreversible Regenerative Magnetic Brayton Cycle

LIU Min, YU Bingfeng

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: On the basis of magneto-thermo parameters of ferromagnetic material deduced by the statistic theory, a mathematical model for the irreversible regenerative magnetic Brayton cycle was established. For the case of paramagnetic material, the analytic solution of heat release Q_H , refrigeration capacity Q_C , regenerative heat, and coefficient of performance δ_{COP} were achieved. The numerical study on the refrigeration performance in room-temperature regions of the cycle was conducted for ferromagnetic material, Gadolinium. The influence of dimensionless temperature α , imbalance regenerative heat Q_R , and irreversible degree η on effective refrigeration capacity $Q_{eff,C}$ and δ_{COP} was examined, and maximum temperature span $\delta_{T,max}$ under different external magnetic field H_1 of the cycle was obtained. The numerical results show that $Q_{eff,C}$ increases with the increase of α , and the cycle has high refrigeration performance when $\alpha \geq 0.6$ or $Q_R \geq 0$. In addition, δ_{COP} of the cycle decreases rapidly because of irreversible factors in magnetizing processes.

Keywords: room temperature magnetic refrigeration; magnetic Brayton cycle; refrigeration performance; numerical simulation

常见的磁制冷循环有磁 Carnot 循环、磁 Stirling 循环、磁 Ericsson 循环以及磁 Brayton 循环,室温磁制冷一般采用后两种循环. 因为后两种循环比磁 Carnot 循环所能达到的温跨更大,且比磁

Stirling 循环的实现更容易.

国内外众多研究工作者对磁 Ericsson 循环和磁 Brayton 循环进行了研究. 张燕等^[1-2]采用其推导的新磁热表达式对铁磁材料钆作工质的回热式室温

磁 Ericsson 循环进行了研究,分析了热源温度及磁场强度对其性能的影响. Xia 等^[3]采用分子场理论建立了以顺磁性材料为工质的不可逆磁 Ericsson 循环的通用模型. Ye 等^[4]考虑外部热源的有限热容、传热不可逆性、回热固有损失和由热阻引起的附加回热损失,建立了磁 Ericsson 制冷机的不可逆模型. Yang 等^[5]研究了顺磁材料作工质的回热式不可逆磁 Brayton 循环的特性,并对一些重要性能参数进行了优化. He 等^[6-7]对采用自旋-1/2 系统及量子数为 1/2 的顺磁材料作为工质的量子磁 Brayton 循环性能进行了研究.

除文献[1-2],上述文献只是针对顺磁材料作工质的场合,且大部分的工作温度并不处于室温区,尚未发现相关文献对采用铁磁材料作工质的不可逆回热式磁 Brayton 循环性能进行研究. 因此,本文基于统计力学采用经典力学方法获得铁磁材料的磁热参数,获得了顺磁材料作工质时循环热量及性能的解析解,并对铁磁材料作工质的不可逆回热式磁 Brayton 循环的室温区制冷性能进行了数值研究.

1 铁磁材料的磁热参数

在经典力学所讨论的磁性材料中,磁极子的磁矩相对于外部磁场 H ,在空间可以有任意取向,也就是说磁极子方向 θ 是连续变量. 1905 年, Langevin 采用 $(\sin\theta d\theta d\varphi)$ 作为立体角代表磁极子小范围内的取向,单个磁极子的配分函数可表示为

$$Z_1(T) = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \exp(x\cos\theta) \sin\theta d\theta d\varphi = 4\pi \frac{\sinh x}{x} \tag{1}$$

式中: $x = \frac{\mu(H + \lambda M)}{kT}$; $\mu = g\mu_B (J(J+1))^{1/2}$ 为有效自旋磁矩; g 为朗德因子; μ_B 为波尔磁子; J 为全角动量; K 为波尔兹曼常数; H 为外部磁场; M 为磁化强度; T 为绝对温度.

根据统计理论及 Maxwell 热力学关系式,可求得磁系统的磁熵 S_m 及等磁场热容 C_m 分别为

$$S_m(H, T) = - \left\{ \frac{\partial}{\partial T} [-NkT \ln(Z_1(T))] \right\}_H = Nk \left\{ \ln \left(4\pi \frac{\sinh x}{x} \right) + \left[\frac{\mu\lambda}{k} \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_H - x \right] \left(\coth x - \frac{1}{x} \right) \right\} \tag{2}$$

$$C_m(H, T) = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_H =$$

$$Nk \left[\frac{\mu\lambda}{k} \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_H - x \right] \left(x \operatorname{csch}^2 x - \frac{1}{x} \right) \tag{3}$$

式中: $\left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_H = \frac{\mu N x (\operatorname{csch}^2 x - 1/x^2)}{T + (\mu^2 \lambda N/k) (\operatorname{csch}^2 x - 1/x^2)}$; N 为磁系统中的磁极子数.

对于铁磁材料,其总熵 S 及热容 C 分别为

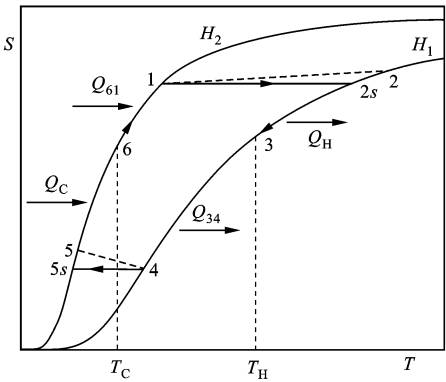
$$S(H, T) = S_L(T) + S_e(T) + S_m(H, T) \tag{4}$$

$$C(H, T) = C_L(T) + C_e(T) + C_m(H, T) \tag{5}$$

式中: $S_L(T) = \frac{9Nk}{\theta_D^3} \int_0^T T^2 \left[\int_0^{y_D} \frac{y^4 e^y}{(e^y - 1)^2} dy \right] dT$ 为材料晶格熵; $S_e(T) = \gamma_e T$ 为材料电子熵, γ_e 为电子热容系数; $C_L(T) = 9Nk \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{y_D} \frac{y^4 e^y}{(e^y - 1)^2} dy$ 为材料晶格热容; $C_e(T) = \gamma_e T$ 为材料电子热容; $y = \frac{h\nu}{kT}$, h 为普朗克常数, ν 为波型数; $y_D = \frac{\theta_D}{T}$, θ_D 为德拜温度.

2 不可逆回热式磁 Brayton 循环模型

图 1 为不可逆回热式磁 Brayton 循环示意图.



1、2、2s、3、4、5、5s 及 6 为各状态点; T_C 与 T_H 分别为冷源温度与热源温度; Q_C 与 Q_H 分别为循环制冷量与放热量; Q_{34} 与 Q_{61} 分别为过程 3-4 与 6-1 的回热量; H_1 与 H_2 分别为高、低磁场强度

图 1 不可逆回热式磁 Brayton 循环示意图

2.1 循环过程分析

对于过程 1-2s 及 4-5s,磁性工质在外部磁场发生变化时温度发生变化,但熵保持恒定,有

$$S_1 = S_{2s} \tag{6}$$

$$S_4 = S_{5s} \tag{7}$$

励、退磁过程中的各种不可逆因素会使得最终状态点偏离绝热过程末的状态点,分别定义不可逆度 η_{mag} 及 η_{dem}

$$\eta_{\text{mag}} = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} \quad (8)$$

$$\eta_{\text{dem}} = \frac{T_4 - T_5}{T_4 - T_{5s}} \quad (9)$$

对于过程 2-3, 磁性工质在等磁场条件下放热, 循环放出热量 Q_H ; 对于过程 5-6, 磁性工质向低温热源吸收热量 Q_C , 有

$$Q_H = \int_{T_H}^{T_2} C(H_1, T) dT =$$

$$\int_{T_H}^{T_2} [C_L(T) + C_e(T)] dT +$$

$$\int_{x_3}^{x_2} Nk \left[\frac{\mu\lambda}{k} \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_{H_1} - x \right] \left(x \text{csch}^2 x - \frac{1}{x} \right) F(H_1, x) dx \quad (10)$$

$$Q_C = Q_{56} = \int_{T_5}^{T_C} C(H_2, T) dT \quad (11)$$

其中

$$F(H, x) = \frac{\mu^2 N \lambda x (1/x^2 - \text{csch}^2 x) - \mu(H + \lambda M)}{kx^2}$$

对于回热过程 3-4 及 6-1, 磁性工质与回热器之间存在热量交换, 这两个过程的回热量分别为

$$Q_{34} = \int_{T_4}^{T_H} C(H_1, T) dT \quad (12)$$

$$Q_{61} = \int_{T_C}^{T_1} C(H_2, T) dT \quad (13)$$

2.2 回热不平衡及循环性能参数分析

实际条件下, 两回热过程的回热量 Q_{34} 与 Q_{61} 并不相等, 多余的热量会影响循环的制冷性能。为考察回热不平衡的影响, 定义回热不平衡量 $Q_R = Q_{34} - Q_{61}$, 则存在以下 3 种情况:

(1) $Q_R > 0$, 即磁性工质向回热器放出的热量大于从回热器吸收的热量, 多余的放热量会释放到低温热源, 导致有效制冷量减少, 此时循环的有效制冷量及有效放热量分别为 $Q_{\text{eff}, C} = Q_C - Q_R$ 及 $Q_{\text{eff}, H} = Q_H$;

(2) $Q_R < 0$, 即磁性工质向回热器放出的热量小于从回热器吸收的热量, 不足的热量只能从低温热源获取, 此时高温热源的有效放热量为 $Q_{\text{eff}, H} = Q_H - Q_R$, 循环的有效制冷量为 $Q_{\text{eff}, C} = Q_C$;

(3) $Q_R = 0$, 循环达到理想回热平衡, $Q_{34} = Q_{61}$ 。

可见, 不同回热情况下, 循环的有效放热量及有效制冷量不同。定义循环性能系数为

$$\delta_{\text{COP}} = \frac{Q_{\text{eff}, C}}{Q_{\text{eff}, H} - Q_{\text{eff}, C}} \quad (14)$$

2.3 循环各状态点的确定

从上面的分析可以看出, 循环的求解需给定计算起始状态点, 本文对给定温区定义归一化温度

$$\alpha = \frac{T_1 - T_L}{T_H - T_L} \quad (15)$$

通过式(15)可确定 T_1 , 在 T_1 已知的情况下, 根据式(6)及(8)可获得 T_2 , 在温度 T_1 、 $T_3 (= T_H)$ 、 $T_6 (= T_C)$ 及 Q_R 已知的情况下, T_4 可根据式 $Q_R = Q_{34} - Q_{61}$ 确定, 再根据式(7)及(9)可获得 T_5 。

3 结果及讨论

3.1 顺磁系统循环参数表达式的求解

对于顺磁材料作工质的场合, 系统磁化的程度用变量 $\mu H/kT$ 衡量, 上述分析中的 $H + \lambda M$ 均用 H 替代。顺磁系统的熵及热容分别为 $S = S_m$ 及 $C = C_m$, 这样循环过程分析得以简化, 且可求出循环过程热量的解析解。此时, 两绝热磁化过程满足的关系式为

$$\ln \left(\frac{\sinh x_1}{\sinh x_{2s}} \frac{x_{2s}}{x_1} \right) = x_1 \coth x_1 - x_{2s} \coth x_{2s} \quad (16)$$

$$\ln \left(\frac{\sinh x_{5s}}{\sinh x_4} \frac{x_4}{x_{5s}} \right) = x_{5s} \coth x_{5s} - x_4 \coth x_4 \quad (17)$$

其中

$$x_1 = \frac{\mu H_2}{kT_1}; x_{2s} = \frac{\mu H_1}{kT_{2s}}; x_4 = \frac{\mu H_1}{kT_4}; x_{5s} = \frac{\mu H_2}{kT_{5s}}$$

循环制冷量 Q_C 、放热量 Q_H 、回热量 Q_{34} 及 Q_{61} 分别为

$$Q_C = N\mu H_2 \left\{ \left(\frac{1}{x_6} - \frac{1}{x_5} \right) - (\coth x_6 - \coth x_5) \right\} \quad (18)$$

$$Q_H = N\mu H_1 \left\{ \left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_3} \right) - (\coth x_2 - \coth x_3) \right\} \quad (19)$$

$$Q_{34} = N\mu H_1 \left\{ \left(\frac{1}{x_3} - \frac{1}{x_4} \right) - (\coth x_3 - \coth x_4) \right\} \quad (20)$$

$$Q_{61} = N\mu H_2 \left\{ \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_6} \right) - (\coth x_1 - \coth x_6) \right\} \quad (21)$$

其中

$$x_2 = \frac{\mu H_1}{kT_2}; x_3 = \frac{\mu H_1}{kT_H}; x_5 = \frac{\mu H_2}{kT_5}; x_6 = \frac{\mu H_2}{kT_C}$$

结合上述分析, 可求得顺磁材料作工质时循环性能系数的表达式

$$\delta_{\text{COP}} =$$
$$\begin{cases} \frac{H_2 \{ (1/x_6 - 1/x_5) - (\coth x_6 - \coth x_5) \} - Q_R / (N\mu)}{H_1 \{ (1/x_2 - 1/x_3) - (\coth x_2 - \coth x_3) \} - H_2 \{ (1/x_6 - 1/x_5) - (\coth x_6 - \coth x_5) \} + Q_R / (N\mu)}, Q_R > 0 \\ \frac{H_2 \{ (1/x_6 - 1/x_5) - (\coth x_6 - \coth x_5) \}}{H_1 \{ (1/x_2 - 1/x_3) - (\coth x_2 - \coth x_3) \} - H_2 \{ (1/x_6 - 1/x_5) - (\coth x_6 - \coth x_5) \} - Q_R / (N\mu)}, Q_R \leq 0 \end{cases}$$

(22)

3.2 铁磁系统循环性能数值结果

本文采用铁磁材料钆作工质,对上述不可逆回热式磁 Brayton 循环的制冷性能进行了数值研究,考察了循环起始温度、不可逆因素及回热不平衡量对循环制冷性能的影响,并提出了采用该循环的室温磁制冷系统的优化方向。

图 2 为 $T_L=290\text{ K}$ 、 $T_H=295\text{ K}$ 、 $\eta_{\text{mag}}=\eta_{\text{dem}}=0.98$ 、 $H_1=2.18\text{ T}$ 及 $H_2=0\text{ T}$ 条件下 $Q_{\text{eff,C}}$ 及 δ_{COP} 随 α 的变化。 α 的增加使得状态点 1 的温度 T_1 往 T_H 靠近,因此回热量 Q_{61} 持续增加,回热不平衡条件的存在使得 T_4 降低进而增加了 $Q_{\text{eff,C}}$ 。虽然 α 的增加会提高 T_2 ,进而使 Q_H 增加,但从图 2 可以看出,在 $\alpha<0.6$ 的条件下 δ_{COP} 仍随 α 的增加而持续增加,在 $\alpha\geq 0.6$ 的条件下, $Q_{\text{eff,C}}$ 增加的速率变缓, δ_{COP} 虽整体趋势上升但局部出现波动。可见,即便在温跨等条件确定的情况下,如果室温磁制冷活性蓄冷器内存在特定的温度分布,蓄冷器内某点会在该点所处的温度下完成单独的微元磁 Brayton 循环,因此

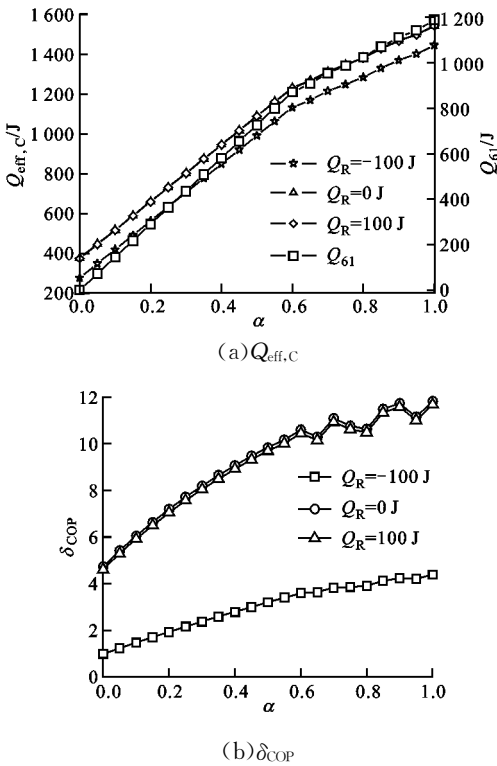


图 2 循环热量及 δ_{COP} 随 α 的变化

如果所涉及系统能使蓄冷器内部各点温度均处于 $\alpha \geq 0.6$ 的区域,那么制冷系统不仅能获得较大的有效制冷量,还能使蓄冷器处于稳定 δ_{COP} 的水平。

图 3 是在温跨为 5 K 、 $\alpha=0.7$ 、 $\eta_{\text{mag}}=\eta_{\text{dem}}=0.98$ 、 $H_1=2.18\text{ T}$ 及 $H_2=0\text{ T}$ 的条件下, $Q_{\text{eff,C}}$ 及 δ_{COP} 随 Q_R 的变化。在 $Q_R<0$ 的条件下, Q_R 的绝对值增加会减小 Q_{34} , 因此导致 T_4 增加,进而减小 Q_C , 最终导致 $Q_{\text{eff,C}}$ 及 δ_{COP} 均减小。在 $Q_R\geq 0$ 的条件下, Q_R 的增加一方面会减小 $Q_{\text{eff,C}}$, 另一方面在 Q_{61} 确定的情况下会增加 Q_{34} , 从而增加制冷量。显然,此时 Q_R 对两方面的影响相当,导致最终 $Q_{\text{eff,C}}$ 随 Q_R 几乎恒定,而 δ_{COP} 随 Q_R 的增加略为降低。可见,当磁性工质向回热器放出的热量小于从回热器吸收的热量时,不平衡的热量会急速降低 δ_{COP} , 而 $Q_R\geq 0$ 状态下回热不平衡量的具体值的大小反而对循环性能影响不大,这是一个有趣且之前的研究并没意识到的现象。因此,未来室温磁制冷实验系统的设计应使活性蓄冷器保持 $Q_R\geq 0$ 的状态,以使系统获得稳定且良

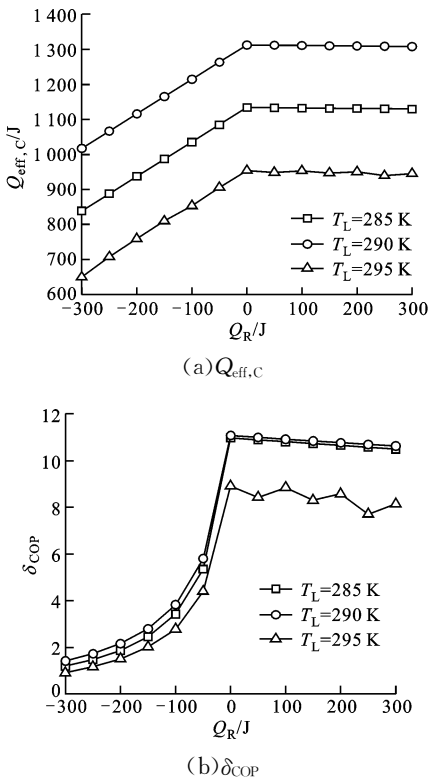


图 3 不同温区下 $Q_{\text{eff,C}}$ 及 δ_{COP} 随 Q_R 的变化

好的性能。

图4是在温跨为5 K、 $\alpha=0.7$ 、 $Q_R=50$ J、 $H_1=2.18$ T及 $H_2=0$ T的条件下， δ_{COP} 随 η 的变化。从该图可以看出，不可逆程度的增加，即 η 减小，会使得 δ_{COP} 迅速下降，且这种下降的趋势几乎呈指数形式。因此，蓄冷器的优化应尽量减少励、退磁过程的不可逆因素。

图5示出了当 $Q_{eff,C}>0$ 及 $\delta_{COP}>0$ 时，不同外部磁场 H_1 条件下 T_L 所对应的循环最大温跨 $\delta_{T,max}$ ($\alpha=0.7$ 、 $\eta_{mag}=\eta_{dem}=0.98$ 、 $Q_R=50$ J、 $H_2=0$ T)。可以看出，对于不同 H_1 均存在最佳低温热源温度 $T_{L,0}$ 使得 $\delta_{T,max}$ 取得极值，且 $T_{L,0}$ 随 H_1 的增加而降低。在相同的 T_L 条件下， H_1 的增加会提高循环所能获得的最大温跨；外部磁场 H_1 从1 T到3 T每增加1 T时， $\delta_{T,max}$ 的增长幅度分别为42.88%及28.41%，即随着外部磁场的增加，循环最大温跨增加幅度变小。

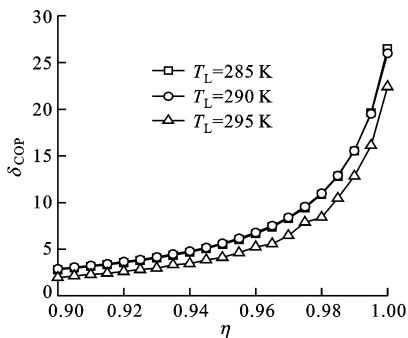


图4 励、退磁过程不可逆度对性能系数的影响

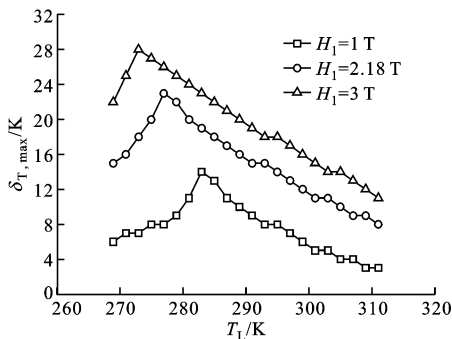


图5 循环在不同 T_L 条件下所能达到的最大温跨

4 结 论

(1)本文采用经典统计力学方法获得了铁磁系统的熵及热容的表达式，建立了不可逆回热式磁Brayton循环的模型，获得了顺磁材料作工质的循环放热量、制冷量、回热量及性能系数的解析解。

(2)对于钆作工质的场合，数值模拟结果显示，

Q_{61} 及 $Q_{eff,C}$ 均随 α 的增加而增加， $\alpha \geq 0.6$ 条件下 δ_{COP} 虽局部出现波动但整体趋势仍上升。励、退磁过程的不可逆因素会迅速降低循环性能系数。未来室温磁制冷系统应使得蓄冷器内部各点温度均处于 $\alpha \geq 0.6$ 或 $Q_R \geq 0$ 的状态，以获得良好的制冷性能。

(3)在不同外部磁场 H_1 条件下，均存在最佳低温热源温度使得 $\delta_{T,max}$ 取得极值。 H_1 的提高会增加 $\delta_{T,max}$ ，但增加的幅度变小， H_1 从1 T到3 T每增加1 T时， $\delta_{T,max}$ 增加的幅度分别为42.88%及28.41%。

参考文献:

- [1] 张艳,俞炳丰,高强,等. 用Langevin理论推导的磁热参数对回热式室温磁制冷循环性能的研究[J]. 西安交通大学学报, 2005, 39(3): 247-251.
ZHANG Yan, YU Bingfeng, GAO Qiang, et al. Research on performance of regenerative room temperature magnetic refrigeration cycle through magnetocaloric parameter deduced by Langevin theory [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2005, 39(3): 247-251.
- [2] YU B F, ZHANG Y, GAO Q, et al. Research on performance of regenerative room temperature magnetic refrigeration cycle[J]. International Journal of Refrigeration, 2006, 29(8): 1348-1357.
- [3] XIA Z R, YE X M, LIN G X, et al. Optimization of the performance characteristics in an irreversible magnetic Ericsson refrigeration cycle [J]. Physica: B, 2006, 381(1/2): 246-255.
- [4] YE X M, LIN G X, CHEN J C, et al. Parametric optimization of an irreversible magnetic Ericsson refrigerator with finite heat reservoirs [J]. Physica: B, 2007, 391(2): 350-356.
- [5] YANG Y L, CHEN J C, HE J Z, et al. Parametric optimum analysis of an irreversible regenerative magnetic Brayton refrigeration cycle [J]. Physica: B, 2005, 364(1/4): 33-42.
- [6] HE J Z, WU X, OUYANG W P. Performance optimization of an irreversible quantum spin refrigeration cycle [J]. International Journal of Thermal Sciences, 2006, 45(9): 938-944.
- [7] HE J Z, WU X, DENG X F. Performance characteristics of an irreversible magnetic Brayton refrigeration cycle [J]. International Journal of Refrigeration, 2008, 31(1): 138-144.

(编辑 荆树蓉)